

AREA: MATEMATICAS ASIGNATURA: MATEMÁTICAS DOCENTE: ADRIANA PEREZ RODRIGUEZ

Grado: 11 Periodo: 2 FECHA: DE 20 agosto 2020 HASTA 20 de septiembre 2020

**TITULO DE LA GUÍA:** Límites indeterminados y análisis de funciones a trozos

**1. COMPETENCIAS PLANEACION DEL PERIODO**

Usa propiedades y modelos funcionales para analizar situaciones y para establecer relaciones funcionales entre variables que permiten estudiar la variación en situaciones intraescolares y extraescolares.

**2. CONTENIDO TEMATICO**

LÍMITES INDETERMINADOS
FUNCIONES A TROZOS

**3. ACTIVIDADES, METODOLOGÍA Y RECURSOS**

SEMAN A	ACTIVIDADES, METODOLOGIA Y RECURSOS	FECHA	CRITERIOS DE EVALUACIÓN
1	Análisis de funciones a trozos	20-27 agosto	Identificará relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas. Analizará en representaciones gráficas cartesianas los comportamientos de cambio de funciones específicas pertenecientes a familias de funciones polinómicas, racionales, exponenciales y logarítmicas.
2	Límites de funciones indeterminadas	28 agosto-4 septiembre	
3	Aplicación de análisis de funciones	7-20 septiembre	

**4. OBSERVACIONES Y RECOMENDACIONES.**

Las actividades debe desarrollarse en el cuaderno de Matemáticas y /o Word
Las actividades deben evidenciar los procedimientos completos
Es importante la elaboración de los gráficos en la resolución de problemas
Las entregas vía Whatsapp se harán en encuentros sincrónicos
Los códigos classroom para entrega de actividades son: <ul style="list-style-type: none"> <li>• k3go46n ..... para el grado 1101</li> <li>• nuebmfe ..... Para el grado 1102</li> </ul>

ADRIANA PÉREZ RODRÍGUEZ

FIRMA DOCENTE

COORDINACIÓN ACADÉMICA

## FUNCIÓN A TROZOS

Una función definida a trozos es una función cuya definición cambia según el valor que toma la variable. También, recibe el nombre de función definida por partes, función segmentada y función seccionada, entre otros.

Ejemplo 1

Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} x + 1, & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 - 2x, & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Como podemos observar, la función se compone de una función lineal y otra cuadrática. Para graficar dicha función lo que vamos a hacer es tabular cada función siguiendo sus condicionamientos.

Para la función uno (lineal)  $f(x) = x + 1$  menciona en su condición "se pueden tabular a partir de números menores o iguales a 1"

Procedemos a la tabulación

$$\begin{aligned} f(x) &= x + 1 \\ f(1) &= 1 + 1 = 2 \\ f(0) &= 0 + 1 = 1 \\ f(-1) &= -1 + 1 = 0 \\ f(-2) &= -2 + 1 = -1 \\ f(-3) &= -3 + 1 = -2 \\ f(-4) &= -4 + 1 = -3 \end{aligned}$$

A la hora de graficar hay que tener en cuenta que como dice "menor o igual que uno", es un intervalo cerrado, por tanto, dibujamos un círculo coloreado.

x	y
1	2
0	1
-1	0
-2	-1
-3	-2
-4	-3

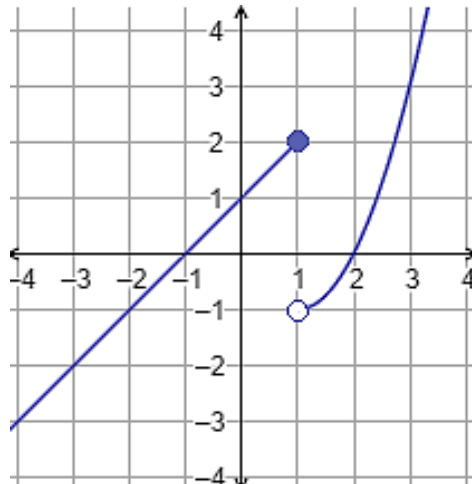
Para la función dos (cuadrática)  $f(x) = x^2 - 2x$  menciona en su condición "se pueden tabular a partir de números mayores que 1" Sin embargo tabularemos uno pero a la hora de graficar se debe dejar la circunferencia sin colorear.

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 - 2x \\ f(1) &= (1)^2 - 2(1) = -1 \\ f(2) &= (2)^2 - 2(2) = 0 \\ f(3) &= (3)^2 - 2(3) = 3 \end{aligned}$$

La función es continua, dado que, en  $x=1$  hay un punto abierto en la función cuadrática pero lo cierra la función lineal.

Su **dominio** son los reales porque las condiciones muestran que pueden tomar valores desde infinito negativo hasta infinito positivo.

El **Rango** también son los reales, ya que siempre vamos a tener un valor determinado al tabular, además hay continuidad en la función.



x	y
1	-1
2	0
3	3

Ejemplo 2

$$\begin{cases} x^2 + 2x & \text{si } x \leq -1 \\ x & \text{si } -1 < x \leq 1 \\ -1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Para la función uno (cuadrática)  $f(x) = x^2 + 2x$  menciona en su condición "se pueden tabular a partir de números menores o iguales que -1"

Procedemos a la tabulación

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 + 2x \\ f(-1) &= (-1)^2 + 2(-1) = -1 \\ f(-2) &= (-2)^2 + 2(-2) = 0 \\ f(-3) &= (-3)^2 + 2(-3) = 3 \\ f(-4) &= (-4)^2 + 2(-4) = 8 \end{aligned}$$

A la hora de graficar hay que tener en cuenta que como dice "menor o igual que menos uno", es un intervalo cerrado, por tanto, dibujamos un círculo coloreado.

x	y
-1	-1
-2	0
-3	3
-4	8

Para la función uno (lineal)  $f(x) = x$  menciona en su condición "se pueden tabular a partir de números mayores que -1 y menores o iguales que 1" tendremos en cuenta el -1 al tabular para observar el comportamiento de la función pero se aclara que es abierto con la circunferencia sin colorear. En cambio en 1 será cerrado, por ello se colorea el círculo.

$$\begin{aligned} f(x) &= x \\ f(-1) &= -1 \\ f(1) &= 1 \end{aligned}$$

x	y
-1	1
1	1

Para la función uno (constante)  $f(x) = -1$  menciona en su condición “se pueden tabular a partir de números mayores que 1” Sin embargo, se tendrá en cuenta el 1 para mirar el comportamiento de la función y se dibujará la circunferencia sin colorearla para indicar que es abierto.

$$\begin{aligned} f(x) &= -1 \\ f(1) &= -1 \\ f(2) &= -1 \\ f(3) &= -1 \end{aligned}$$

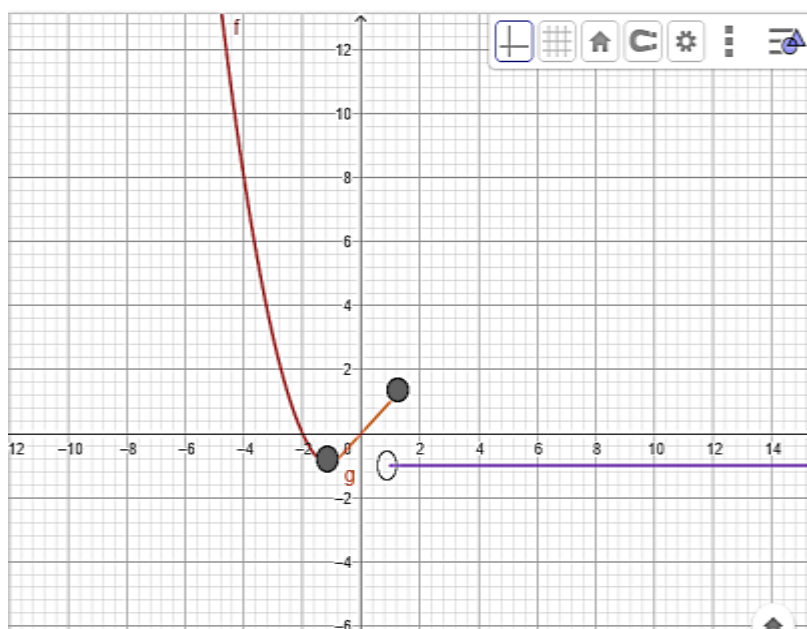
Notemos que el resultado siempre será -1, ya que al ser una función constante no hay una variable x en donde sustituir.

x	y
1	-1
2	-1
3	-1

El dominio de la función son los reales, dado que, se pueden asignar valores a lo largo de toda la tabulación sin que haya discontinuidad.

El Rango de la función está dada desde el menos uno hasta el infinito positivo, ya que, si miramos en el eje y desde donde hay gráfica  $[-1, \infty +)$

Cerrado en -1 porque la parte que une la función cuadrática y lineal se cierra porque hay tanto un mayor y a su vez mayor o igual.



### ACTIVIDAD

$$1. f(x) = \begin{cases} -x, & \text{si } x < 0 \\ x, & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

$$2. f(x) = \begin{cases} -x^2 & \text{si } x < 0 \\ x^2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

$$3. f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

$$4. f(x) = \begin{cases} 3 & \text{si } x < -1 \\ 1 - 2x & \text{si } -1 \leq x < 1 \\ 2x - 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

$$5. f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{si } x \geq 0 \\ -x + 1 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

### LIMITES INDETERMINADOS

#### OBJETIVO

Analizar el concepto de **límite** bajo la noción intuitiva de aproximación hacia un punto concreto de una función, a medida que los parámetros de esa función se acercan a un determinado valor.

#### Procedimiento para resolver límites con indeterminación cero entre cero

En primer lugar, hay que destacar que no sabemos si el límite será determinado o indeterminado y en el caso de que sea indeterminado, no sabemos de qué indeterminación se tratará.

Por tanto, el primer paso para resolver cualquier límite es sustituir la x por el número al que tienda y ver qué resultado obtenemos.

Supongamos que después de sustituir y operar llegamos al resultado 0/0, que es una indeterminación.

A partir de este punto, para resolver las indeterminaciones del tipo cero entre cero hay que seguir el siguiente procedimiento:

Se descomponen en factores los polinomios del numerador y del denominador.

Sustituimos los polinomios en el límite por su descomposición en factores.

Se eliminan los factores que se repitan en el numerador y en el denominador. De esta forma se elimina la indeterminación. Se vuelve a sustituir la x por el número al que tienda, llegando a una solución determinada.

## Ejercicios resueltos de límites con indeterminación cero entre cero

Vamos a resolver unos cuantos ejemplos paso a paso de límites con indeterminación 0/0 para que puedas aprender a resolverlos.

En esta ocasión, me voy a centrar en el procedimiento de resolución de límite, sin llegar a profundizar demasiado en cada paso, para que tengas sobre todo una visión general.

Vamos con el primer ejemplo:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3} =$$

En primer lugar, sustituimos la x por el 3 para resolver el límite y nos da como resultado la indeterminación cero entre cero:

$$= \frac{3^2 - 9}{3 - 3} = \frac{0}{0} = \text{Indeterminación}$$

Por tanto, voy a descomponer en factores los polinomios del numerador y del denominador. El polinomio del numerador se trata de un producto notable, por lo que su descomposición es:

$$x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$$

El polinomio del denominador no se puede descomponer, ya que ya es de grado 1 y por tanto, ya está reducido al máximo, por lo que se queda igual.

Sustituyo el polinomio del numerador por su descomposición en factores y queda:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x + 3)(x - 3)}{x - 3} =$$

Activar Windows

El factor (x-3) está repetido en el numerador y en el denominador por lo que lo puedo eliminar:

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x + 3) \cancel{(x - 3)}}{\cancel{x - 3}} =$$

Quedando de la siguiente forma:

$$= \lim_{x \rightarrow 3} x + 3 =$$

Una vez hemos eliminado los factores repetidos, la indeterminación también se ha eliminado, por lo que podemos volver a sustituir la x por el 3 y llegar a la solución de límite:

$$= 3 + 3 = 6$$

Vamos a resolver otro ejemplo:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 3x + 2} =$$

Sustituimos la x por el 2 y operamos. Llegamos a la indeterminación 0/0:

$$= \frac{2^2 - 5 \cdot 2 + 6}{2^2 - 3 \cdot 2 + 2} = \frac{0}{0} = \text{Indeterminación}$$

En este caso, ambos polinomios son de grado 2, por lo que se pueden **descomponer en factores**. Los descomponemos y nos queda:

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 2) \cdot (x - 3)$$

$$x^2 - 3x + 2 = (x - 2) \cdot (x - 1)$$

Sustituimos los polinomios por su descomposición en factores:

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2) \cdot (x - 3)}{(x - 2) \cdot (x - 1)} =$$

Act  
Ve a

Y eliminamos los factores que se repiten en el numerador y en el denominador, que en este caso es el factor (x-2):

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cancel{(x - 2)} \cdot (x - 3)}{\cancel{(x - 2)} \cdot (x - 1)} =$$

Al eliminarlo nos queda:

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 3)}{(x - 1)} =$$

Volvemos a sustituir la x por el 2 y operamos. La indeterminación ha desaparecido y llegamos al resultado final:

$$= \frac{2 - 3}{2 - 1} = \frac{-1}{1} = -1$$

Vamos a resolver un último ejemplo:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 5x}{x^4 + 2x} =$$

Sustituimos la x por el 0 y operamos. El resultado es una indeterminación cero entre cero:

$$= \frac{3 \cdot 0^2 - 5 \cdot 0}{0^4 + 2 \cdot 0} = \frac{0}{0} = \text{Indeterminación}$$

Pasamos a descomponer los polinomios en factores. A veces, no es necesario descomponer el polinomio en factores de grado 1 o irreducibles. Lo que pretendemos conseguir al descomponerlos es encontrar un factor que se repita arriba y abajo para eliminarlo y que desaparezca la indeterminación

Por eso, esta vez, vemos que podemos sacar factor común a la x en ambos polinomios:

$$3x^2 - 5x = x \cdot (3x - 5)$$

$$x^4 + 2x = x \cdot (x^3 + 2)$$

Y por tanto, es la x el factor que eliminamos en el numerador y en el denominador, por lo que no es necesario seguir descomponiendo el factor de grado 3, que nos ha quedado en el denominador:

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot (3x-5)}{x \cdot (x^3+2)} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cancel{x} \cdot (3x-5)}{\cancel{x} \cdot (x^3+2)} =$$

Al eliminar la x del numerador y del denominador nos queda:

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x-5}{x^3+2} =$$

Que volvemos a sustituir la x por cero y llegamos al resultado final:

$$= \frac{3 \cdot 0 - 5}{0^3 + 2} = \frac{-5}{2}$$

Como te comentaba al principio, aunque el procedimiento de resolución es el mismo, cada límite tiene sus detalles y hay que estar preparado con una buena base matemática para poder descomponer cualquier polinomio, ya que es la diferencia entre ellos.

Activar Wind  
ve a Configuración

### Cómo resolver límites con indeterminación cero entre cero con raíces

Muchas veces, los límites con indeterminación 0/0 tienen raíces y en estos casos no es posible factorizar los polinomios para eliminar el mismo factor del numerador y del denominador.

¿Cómo se resuelve un límite con indeterminación 0/0 que tenga raíces?

En este caso hay que multiplicar el numerador y el denominador por el conjugado del binomio donde esté la raíz. Por ejemplo:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{\sqrt{x}-1} =$$

Sustituimos la x por el 1 y nos da como resultado la indeterminación cero entre cero:

$$= \frac{1^2-1}{\sqrt{1}-1} = \frac{0}{0} = \text{Indeterminación}$$

En este caso, la raíz la tenemos en el denominador, por tanto, de ese binomio será el conjugado por el que tendremos que multiplicar el numerador y el denominador:

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2-1) \cdot (\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1) \cdot (\sqrt{x}+1)} =$$

En el denominador nos ha quedado una suma por diferencia, que es igual a una diferencia de cuadrados:

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2-1) \cdot (\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x})^2-1^2} =$$

Y en el numerador, tenemos un factor de grado 2 que es una diferencia de cuadrados, que podemos descomponer como suma por diferencia:

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1) \cdot (x-1) \cdot (\sqrt{x} + 1)}{x-1} =$$

Y de esta forma, el factor (x-1) lo podemos eliminar del numerador y del denominador:

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1) \cdot \cancel{(x-1)} \cdot (\sqrt{x} + 1)}{\cancel{x-1}} =$$

Y nos queda:

$$= \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) \cdot (\sqrt{x} + 1) =$$

Ahora ya podemos sustituir la x por el 1 y llegamos a la solución, ya que hemos eliminado la indeterminación:

$$= (1+1) \cdot (\sqrt{1} + 1) = 2 \cdot 2 = 4$$

Sustituimos la x por el 3 y llegamos al resultado de cero entre cero:

$$= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{3}}{3^2 - 9} = \frac{0}{0} = \text{Indeterminación}$$

tiv  
a C

Multiplicamos el numerador y el denominador por el conjugado del binomio del numerador:

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{3})}{(x^2 - 9) \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{3})} =$$

En el numerador nos queda una suma por diferencia, que es igual a una diferencia de cuadrados:

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(\sqrt{x})^2 - (\sqrt{3})^2}{(x^2 - 9) \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{3})} =$$

En el denominador tenemos el binomio (x<sup>2</sup>-9), que es una diferencia de cuadrados y podemos ponerlo como una suma por diferencia:

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{(x+3) \cdot (x-3) \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{3})} =$$

Al tenerlo así, podemos eliminar el factor  $(x-3)$ :

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\cancel{x-3}}{(x+3) \cdot \cancel{(x-3)} \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{3})} =$$

Y nos queda:

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{(x+3) \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{3})} =$$

Volvemos a sustituir la  $x$  por el 3 y llegamos a la solución del límite:

$$= \frac{1}{(3+3) \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{3})} = \frac{1}{6 \cdot 2\sqrt{3}} = \frac{1}{12\sqrt{3}}$$



Antes de iniciar el trabajo con límites indeterminados te recomiendo hacer una revisión de los casos de factorización. A continuación, un pequeño resumen:

# Casos de FACTORIZACIÓN

**Binomio de suma al cuadro**  
 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

---

**Binomio diferencia al cuadro**  
 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

---

**Binomio suma al cubo**  
 $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

---

**Suma de dos cubos**  
 $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

**Diferencia de cuadrados**  
 $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

---

**Binomio diferencia al cubo**  
 $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

---

**Diferencia de cubos**  
 $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

**Trinomio suma al cuadrado ó cuadrado de un trinomio**  
 $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$

---

**Identidades de Legendre**  
 $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$   
 $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 4ab$

**Producto de dos binomios que tienen un término común**  
 $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

- Siempre inicie revisando si el polinomio tiene factor común (caso 1). Si efectivamente lo hay, extráigalo y revise si se puede factorizar lo que queda dentro del paréntesis
- Si usted tiene un binomio, ensaye con los casos 3 y 7 (revise las características).
- Si usted tiene un trinomio, ensaye los casos 4, 5 y 6 (revise las características).
- Si usted tiene un polinomio de cuatro, seis o más términos (número par), ensaye el caso 2.
- Siempre que realice una factorización inspeccione los factores obtenidos para ver si pueden ser factorizados nuevamente.

Soluciona los siguientes límites

a.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3+1}{x^2-1}$

b.  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{x^2-25}$

c.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$

d.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}{x}$

e.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-2x}{x^2-4x+4}$

f.  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49}$

g.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3-27}{x-3}$

h.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2+5x+6}{x+2}$

i.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4-16}{x^3-8}$

j.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{x^2-5x+6}$

## ACTIVIDAD PROBLEMAS CON FUNCIONES

Con el objetivo de analizar situaciones problema dentro del pensamiento variacional, se propone hacer una revisión de las funciones con aplicación a la resolución de problemas. En consecuencia se solicita tener en cuenta los pasos que se describen a continuación para poder dar solución a los problemas.

Resolvemos problemas de aplicación de funciones. Habilidades que necesitamos:

- Plantear funciones
- Interpretar y representar gráficas
- Aplicar las funciones

### Problema 1

La siguiente función proporciona la distancia (en kilómetros) que recorre una moto a una velocidad de 100km/h en función del tiempo  $t$  (en horas):

$$x(t) = 100 \cdot t$$

- ¿Qué distancia recorre en 22 horas? ¿Y en 55 horas?
- ¿Cuánto tiempo debe circular para recorrer 55 kilómetros?

**(Pista: sustituir primero el valor de los tiempos en la función, luego despejar  $t$  y sustituir valores)**

### Problema 2

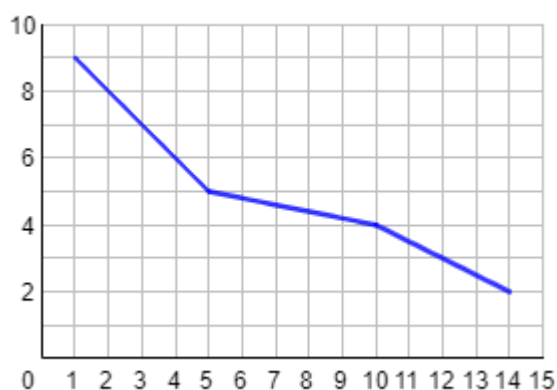
La siguiente función proporciona los días necesarios para construir un coche en función del número de operarios que trabajen:

- ¿Cuántos días se necesitan si trabajan 33 operarios? ¿Y si trabajan 55 operarios? ¿Y si trabajan 1212 operarios?
- ¿Cuántos operarios se necesitan para construir el coche en 44 días? ¿Y en 88 días?

¿Se trata de una función lineal? ¿Por qué?

**Aclaración: eje X trabajadores y Y los días trabajados**

**(Pista: para resolver el problema basta con analizar las coordenadas de la gráfica)**



### Problema 3

La compañía telefónica de Roberto le cobra 10€ mensuales de cargo fijo y 0.05€ por cada minuto de llamada. Calcular la función que proporciona el coste de la factura mensual de Roberto en función del número de minutos de llamada.

- ¿Cuál sería el costo de un mes en el que ha realizado 50 minutos de llamada? ¿Y si son 150 minutos?
- Si la factura del mes de junio fue de 20€, ¿cuánto minutos de llamada realizó Roberto?

(Pista: construir una función lineal de la forma  $y = mx + b$ , donde 0,05 es el valor de  $m$ ;  $x$  es la cantidad de minutos y  $b$  el cargo fijo. Para el punto  $c$  hay que despejar la  $X$  y luego reemplazar)

### Problema 4

Una fábrica de bolígrafos calcula el costo de fabricación (en euros) mediante la siguiente función:

$$f(x) = 10 + 3\sqrt{x}$$

Siendo  $1 \leq x \leq 1600$  el número de unidades.

- ¿Cuánto cuesta un pedido de 9 bolígrafos? ¿Y uno de 100? ¿Y uno de 1600?
  - ¿Cuál es el precio de cada bolígrafo en cada uno de los pedidos anteriores?
- Realizar gráfica con valores desde 10 hasta 60 de (con valores de 10 en 10)

(Pista: sustituir 9, 100 y 1600 en la ecuación para costo de pedidos)

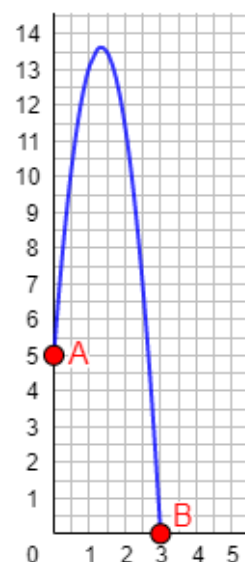
### Problema 5

La siguiente gráfica muestra la altura con respecto del suelo (en metros) en función del tiempo (en minutos) de un balón desde que se lanza hacia el cielo (A) hasta que cae al suelo (B):

Es la gráfica de la función

$$h(t) = 5 + 13t - 4.9t^2$$

- ¿Desde qué altura se lanza el balón?
- ¿Qué altura aproximada alcanza el balón y en cuánto tiempo?
- ¿Cuánto tarda el balón en caer al suelo desde que se lanza?
- ¿Cuál es la altura del balón a los dos minutos de su lanzamiento? ¿Y en el minuto 0.653?



Aclaración: el tiempo está en el eje X y la altura en el eje Y

INSTITUCIÓN EDUCATIVA GUSTAVO URIBE RAMÍREZ

GRANADA CUNDINAMARCA

Guía de trabajo

ÁREA: MATEMÁTICAS ASIGNATURA: ESTADÍSTICA DOCENTE: FABIO RENÉ QUICAZÁN B.

Grado: UNDÉCIMO Periodo: SEGUNDO FECHA: agosto- septiembre 2020

TÍTULO DE LA  
GUIA Probabilidad condicional

4. COMPETENCIAS PLANEACIÓN DEL PERIODO

Resuelve problemas en los utiliza la noción de probabilidad condicional.

5. CONTENIDO TEMÁTICO

Situaciones aleatorias  
Eventos en una situación  
Probabilidad de cada evento  
Probabilidad condicional  
Dependencia e independencia de un evento.

6. ACTIVIDADES.

QUI NCE NA	Actividades, metodología recursos	fecha	Aspectos a ser evaluados
1	Leer y analizar la información propuesta en la guía en lo correspondiente a probabilidad condicional y resuelve los dos primeros ejercicios.	25 de agosto a 9 de septiembre	1. Debe realizar las actividades descritas en el cuaderno de estadística 2. El trabajo debe ser presentado con buena letra y de forma ordenada, debe tener un aspecto agradable, si enmendaduras ni tachones.
2	Realimentación, nivelación de la actividad y finalización de la guía de trabajo.	10 de septiembre a 23 de septiembre	3. Debe ser presentado en la fecha establecida

4. OBSERVACIONES Y RECOMENDACIONES.

Deben ser entregados en las fechas establecidas por el docente.

Las actividades deben ser realizadas y enviada al correo electrónico: [jedgurmatematica@gmail.com](mailto:jedgurmatematica@gmail.com) en la casilla asunto debe escribir el curso y seguido el nombre completo.

Pueden apoyarse en la información publicada en las sesiones de orientación en el grupo de WhatsApp, en libros de matemática grado undécimo y consultas en internet.

Si por alguna razón no tiene su cuaderno, debe presentarlo en hojas marcadas con nombre completo, fecha y curso.

FABIO RENÉ QUICAZAN BARACALDO  
DOCENTE

COORDINACIÓN ACADÉMICA

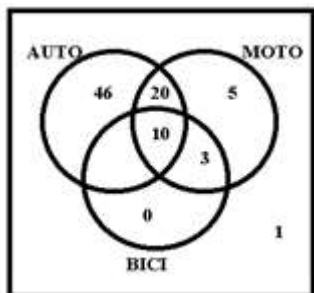
Objetivo: Plantea y resuelve problemas en los que se reconoce cuando usa la probabilidad condicional.

Probabilidad condicional

La probabilidad condicional es la probabilidad de que ocurra un evento determinado, dado que otro evento ya haya ocurrido. La probabilidad de que ocurra el evento A dado que el evento B ha ocurrido se escribe  $P(A/B)$ .

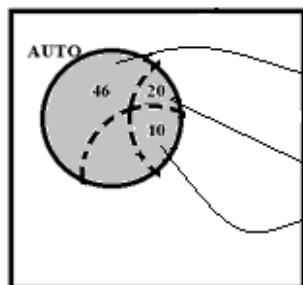
Recordemos la situación propuesta en la guía anterior:

La población de un determinado lugar se transporta con diferentes medios de transporte, los cuales se define en los siguientes eventos:  
 Evento A: "personas que se desplazan en auto"  
 Evento M: "personas que se desplazan en moto"  
 Evento B: "personas que se desplazan en bici"

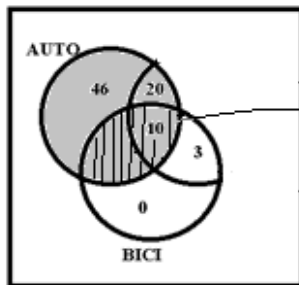


MÉTODO 1

Podemos considerar que la probabilidad condicional  $P(B/A)$ , donde establecemos la ocurrencia de A (auto) y después la ocurrencia de B (bici), tal como lo muestra el grafico:

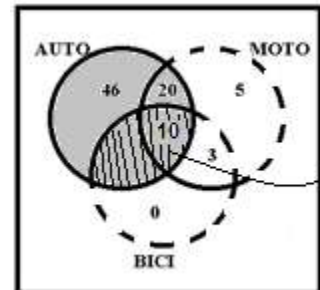


Evento A = 76



Evento B = 10  
(teniendo en cuenta A)

Después de establecer las cantidades para los eventos A y B, realizamos la operación:



Evento A = 76

Evento B = 10  
(teniendo en cuenta A)

$$P(B/A) = \frac{10}{76} = 0.13...$$

MÉTODO 2

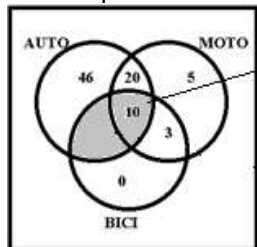
El resultado anterior también lo podemos establecer a partir de la siguiente fórmula:



$$P(B/A) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$$

PASO 1.

Para lo cual debemos iniciar observando la probabilidad de la intersección  $P(A \cap B)$ , para esto miramos el diagrama en dicha intersección de A y B, y el total de opciones de todo el diagrama:

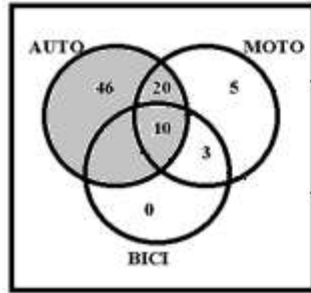


$$p(A \cap B) = \frac{10}{84}$$

$\Rightarrow$  intersección entre A y B  
 $\Rightarrow$  Total de opciones  $46+20+10+3+5 = 84$

## PASO 2.

Ahora establecemos la probabilidad  $P(A)$ , a partir de los eventos de **A** sobre todas opciones que muestra el diagrama, así:



$$p(A) = \frac{76}{84} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{Total de opciones evento A} \\ \text{Total de opciones que muestra el diagrama} \end{array}$$

## PASO 3.

Recordemos la formula inicial:

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Dado que esta fórmula es la razón (división) entre la intersección de A y B sobre la probabilidad de  $P(A)$ , procedemos a sustituir las operaciones de los pasos 1 y 2 en la formula principal así:

Hasta este momento podemos observar que el MÉTODO 1 y el MÉTODO 2 permiten concluir el mismo resultado.



1. En una clase de 25 alumnos observo los deportes favoritos de los estudiantes y determino los siguientes eventos: F = Futbol, B = Baloncesto. En el evento F encontramos 14 aficionados, en el evento B hay 9 aficionados y 5 en ambos deportes.

Con los datos de esta situación realizamos el siguiente diagrama:

A partir de la situación planteada determine las siguientes probabilidades condicionales usando la fórmula propuesta en el método 2 de la guía:

- a) Determinar la probabilidad del evento futbol si ya ha ocurrido el evento baloncesto  $P(F/B)$
  - b) Determinar la probabilidad del evento baloncesto si ya ha ocurrido el evento Futbol  $P(B/F)$
2. En el bachillerato de cierto instituto hay un total de 100 alumnos, de los cuales: 40 son varones, 60 son mujeres y de ello 15 hombres y 15 mujeres usan gafas.
    - a) A partir de la situación propuesta complete los diagramas:
    - b) Determine la probabilidad condicional  $P(H/B)$  y  $P(B/H)$ , recurriendo a la fórmula propuesta en el método 2.
  3. En un frasco se han ubicado una serie de figura cuadradas y circulares, además todas están numeradas como aparecen en la figura. Establezca la probabilidad de cada evento propuesto dada la fi

- Completa el diagrama a partir del evento A y el evento B
- Teniendo en cuenta la situación planteada complete la siguiente tabla
- Establece la probabilidad condicional se los siguientes eventos:

<b>EVALÚA TU PROCESO AUTO- EVALUACIÓN</b>				
<b>NOMBRE:</b> _____		<b>GRADO:</b> _____ <b>2. Periodo</b>		
<b>COMPONENTE ACTITUDINAL</b>	<b>Guía #4</b>	<b>Guía #5</b>	<b>Guía #6</b>	<b>FINAL</b>
1.Desarrollo las actividades propuestas en la guía				
2. Diseño y cumpto horarios para el desarrollo de trabajos y actividades.				
3. Cumpto con los horarios y pautas establecidas para grupos de WhatsApp.				
4. Soy respetuoso con mis padres y/o hermanos que orientan las actividades escolares.				
5. Demuestro interés por las actividades propuestas				
6. Comprendo los contenidos y procedimientos propuestos en la guía				
7. Cuando no entiendo, busco información para mi aprendizaje				
8. Utilizo el conocimiento adquirido las guías para la solución de problemas.				
9. Utilizo libros, e internet para aclarar y/o complementar los temas vistos en la guía				
<b>Suma los resultados totales de esta columna y divide por 9</b>				
<b>TOTAL POR EL 2. PERIODO=</b>				

<b>Co-evaluación</b>					
<b>NOMBRE:</b> _____		<b>GRADO:</b> _____ <b>2. Periodo</b>			
<b>Quien evalúa</b>	<b>ACCIONES A EVALUAR</b>	<b>Guía #4</b>	<b>Guía #5</b>	<b>Guía #6</b>	<b>FINAL</b>
Responde la abuela, primo o tío	Tengo buenas relaciones con los miembros de mi familia.				
Responde la mamá (o Acudiente)	Colaboro en casa con actividades domésticas y de ayuda para mi familia.				
Responde el papá (o acudiente)	Soy respetuoso con mis padres y hermanos.				
Responde un hermano	Es responsable con las actividades asignadas				
Responde un amigo	Le gusta ayudar y aconsejar a alguna persona que lo necesite.				
<b>Suma los resultados totales de esta columna y divide por 5</b>					
<b>TOTAL POR EL 2. PERIODO</b>					